

**КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

МГУ имени М. В. Ломоносова, 13 декабря 2018 года

1. Решите уравнение  $\sqrt{14 + |x|} = \sqrt{x^2 - 16}$ .

2. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{8 - 2x - x^2}}{x + 10} \leq \frac{\sqrt{8 - 2x - x^2}}{2x + 9}.$$

3. В банк положили некоторую сумму, и через 2 года она увеличилась на 63 тыс. рублей. Сколько денег положили в банк, если вкладчикам начисляется 10% годовых, и по окончании года начисленные проценты причисляются к сумме вклада?

4. Кривая на координатной плоскости состоит из всех точек, равноудалённых от точки  $F(4; -1)$  и прямой  $y = 2$ . Задайте эту кривую уравнением и изобразите её.

5. Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых все цифры расположены в порядке возрастания?

6. По окружности, длина которой 384 м, движутся два тела в одном и том же направлении. Одно тело проходит полную окружность на 16 мин быстрее второго. Известно, что через каждые 32 мин тела встречаются. Найдите скорости тел.

7. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(x^2 - 2x)^2 - (a + 2)(x^2 - 2x) + 3a - 3 = 0$$

имеет четыре различных решения.

8. Докажите, что если сумма первых  $n$  членов последовательности задаётся формулой  $S_n = 3n^2 + 5n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , то эта последовательность является арифметической прогрессией.

9. На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Прямая  $BK$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $L$ . Найдите отношение площадей треугольников  $BMK$  и  $AKL$ , если  $AK : KM = 1 : 3$ .

10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  проведены биссектриса  $CD$  и высота  $CH$ . Найдите  $CH$ , если  $AD = 3$ ,  $BD = 5$ .

**КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**

МГУ имени М. В. Ломоносова, 13 декабря 2018 года

1. Решите уравнение  $\sqrt{3|x| + 3} = \sqrt{x^2 - 25}$ .

2. Решите неравенство

$$\frac{|x + 2|}{x^2 - 5x + 4} \geq \frac{|x + 2|}{x^2 - 4x - 5}.$$

3. В банк положили некоторую сумму. По окончании каждого года начисленные проценты причисляются к сумме вклада. Через год сумма вклада увеличилась на 3200 рублей, а ещё через год — на 3600 рублей. Под какой процент годовых положили деньги в банк?

4. Кривая на координатной плоскости состоит из всех точек, равноудалённых от точки  $F(1; 4)$  и прямой  $y = 3$ . Задайте эту кривую уравнением и изобразите её.

5. Сколько существует семизначных чисел, в записи которых все цифры расположены в порядке убывания?

6. По окружности, длина которой 96 м, движутся в одном направлении два тела. Через каждые 4 с тела встречаются. Найдите скорости тел, если известно, что одно из них проходит окружность на 2 с быстрее второго.

7. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(x + 2)^2(x^2 + 4x + 3 + a) = 4a + 12$$

имеет четыре различных решения.

8. Докажите, что если сумма первых  $n$  членов последовательности задаётся формулой  $S_n = 2n^2 + 7n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , то эта последовательность является арифметической прогрессией.

9. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AD$ . На прямой  $AC$  отмечена точка  $P$  так, что отрезок  $BP$  делит отрезок  $AD$  в отношении 3 : 1, считая от точки  $A$ . Найдите отношение площадей треугольников  $BAР$  и  $BPC$ .

10. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  как на диаметре построена окружность, которая пересекает сторону  $AB$  в точке  $M$ , а сторону  $BC$  — в точке  $N$ . Известно, что  $AC = 2$ ,  $AB = 3$ ,  $AM : MB = 2 : 3$ . Найдите  $AN$ .

### Ответы к варианту 1

1.  $\pm 6$ .
2.  $[-4; 1] \cup \{2\}$ .
3. 300 тыс. руб.
4.  $y = \frac{1}{2} - \frac{(x-4)^2}{6} = -\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x - \frac{13}{6}$ .
5.  $C_9^3 = 84$ .
6. 24 м/мин, 12 м/мин.
7.  $(0; 4) \cup (4; +\infty)$ .
8. При  $n \geq 2$  имеем  $a_n = S_n - S_{n-1} = 3n^2 + 5n - 3(n-1)^2 - 5(n-1) = 6n + 2 = a_1 + (n-1)d$ , где  $a_1 = S_1 = 8$ ,  $d = 6$ .
9. 21 : 1.
10.  $\frac{60}{17}$ .

### Ответы к варианту 1

1.  $\pm 6$ .
2.  $[-4; 1] \cup \{2\}$ .
3. 300 тыс. руб.
4.  $y = \frac{1}{2} - \frac{(x-4)^2}{6} = -\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x - \frac{13}{6}$ .
5.  $C_9^3 = 84$ .
6. 24 м/мин, 12 м/мин.
7.  $(0; 4) \cup (4; +\infty)$ .
8. При  $n \geq 2$  имеем  $a_n = S_n - S_{n-1} = 3n^2 + 5n - 3(n-1)^2 - 5(n-1) = 6n + 2 = a_1 + (n-1)d$ , где  $a_1 = S_1 = 8$ ,  $d = 6$ .
9. 21 : 1.
10.  $\frac{60}{17}$ .

### Ответы к варианту 2

1.  $\pm 7$ .
2.  $\{-2\} \cup (-1; 1) \cup (4; 5) \cup [9; +\infty)$ .
3. 12,5%.
4.  $y = \frac{7}{2} + \frac{(x-1)^2}{2} = \frac{x^2}{2} - x + 4$ .
5.  $C_{10}^3 = 120$ .
6. 48 м/с, 24 м/с.
7.  $(-\infty; -7) \cup (-7; -3)$ .
8. Доказательство: см. вариант 1.
9. 3 : 2.
10.  $\frac{24}{\sqrt{145}}$ .

### Ответы к варианту 2

1.  $\pm 7$ .
2.  $\{-2\} \cup (-1; 1) \cup (4; 5) \cup [9; +\infty)$ .
3. 12,5%.
4.  $y = \frac{7}{2} + \frac{(x-1)^2}{2} = \frac{x^2}{2} - x + 4$ .
5.  $C_{10}^3 = 120$ .
6. 48 м/с, 24 м/с.
7.  $(-\infty; -7) \cup (-7; -3)$ .
8. Доказательство: см. вариант 1.
9. 3 : 2.
10.  $\frac{24}{\sqrt{145}}$ .