

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

1. Вычислите

$$(0,875 : 0,75^2 - 1,75 \cdot 0,(6)) \cdot \frac{4,8 \cdot 7,5}{187 : 11 - 9,(9)}$$

2. Известно, что $a + b + c = 5$ и $ab + bc + ac = 4$. Найдите $a^2 + b^2 + c^2$.

3. Пункты A и B расположены на реке на некотором расстоянии, а пункты C и D на озере на таком же расстоянии. Катер проплывает от A до B за 2 часа, а от B до A — за 3 часа. За какое время катер проплывёт от C до D ? Катер движется с постоянной собственной скоростью.

4. В прямоугольном треугольнике ABC вписанная окружность разбивает гипотенузу на отрезки длиной 1 и 3. Найдите площадь треугольника.

5. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 4} < x + 3$.

6. Прямая касается окружности в точке C и параллельна хорде $AB = 10$. Найдите радиус окружности, если $AC = 13$.

7. Два натуральных числа таковы, что их разность равна 96, а их наименьшее общее кратное равно 630. Найдите эти числа (укажите все варианты).

8. Найдите наименьшее и наибольшее значения выражения $x^2 + y^2$ при условии, что x и y удовлетворяют неравенству $|x + 2| + |y - 4| \leq 2$.

9. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист три раза попал в мишени и два раза промахнулся.

10. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2(2a + 1)x + 3a^2 - 3}{x^2 - 10x + 9} = 0$$

имеет ровно один корень.

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

1) Проверьте решения и опишите в Вашей работе найденные ошибки.

2) Предложите способ исправить ошибки, получить верное решение и дайте верный ответ.

11. В выпуклом шестиугольнике все углы равны 120° . Четыре последовательные стороны имеют длины 3, 4, 4, 5. Найдите две оставшиеся стороны шестиугольника.

Все углы выпуклого шестиугольника равны 120° , поэтому в него можно вписать окружность.

Тогда
$$\begin{cases} AB + BC = DE + EF \\ BC + CD = AF + EF \\ CD + DE = AF + AB \end{cases}$$

Имеем
$$\begin{cases} 7 = 5 + x \\ 8 = x + y \\ 9 = 3 + x \end{cases} \quad x = 6, y = 2.$$

Ответ: 2; 6.

12. Решите уравнение $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2} = 8$.

Пусть $x-1 > 0$. Тогда по неравенству о средних $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2} \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{x^2}{(x-1)^2}} = \frac{2x^2}{x-1}$.

приём $\frac{2x^2}{x-1} \geq 8 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x-2)^2 \geq 0$.

Равенство возможно только при $x=2$. Случай $x-1 < 0$ рассматривается аналогично из-за чётности. Ответ: ± 2 .

Критерии проверки работы

За каждую задачу выставляется 2, 1 или 0 баллов.

2 балла выставляется за полное обоснованное решение, возможно, с мелкими недочётами.

1 балл выставляется, если или решение доведено до ответа, но допущена одна негрубая ошибка, или в решении имеются значительные продвижения, описанные ниже после ответа к соответствующей задаче.

0 баллов выставляется во всех остальных случаях.

Ответы и комментарии

- 2.
- 17.
- 2 ч 24 мин.
- 3.
- $(-\frac{13}{6}; -2] \cup [2; +\infty)$.
- $\frac{169}{24}$.
- 126 и 30.
- 8 и 40.
- $0,8^3 \cdot 0,2^2 \cdot C_5^2 = 0,2048$.
- $-2; -2/3; 10$.

- Получен правильный ответ: 2; 6. Тем не менее, решение нельзя считать правильным.

Ошибка 1. Утверждение о том, что в шестиугольник можно вписать окружность неверно.

Ошибка 2. Для описанного шестиугольника необязательно выполняются равенства системы.

1 балл — верно указаны ошибки в представленном решении, но верное решение задачи не представлено или представлено, но не доведено до верного ответа.

1 балл — верно решена задача, но ошибка в представленном решении не описана или описана не полностью.

- Утверждение о том, что случай $x - 1 < 0$ рассматривается аналогично, неверно, так как функция $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2}$ не является чётной.

Правильный ответ: 2; $-1 \pm \sqrt{3}$.

1 балл — верно указана ошибка в представленном решении, но верное решение задачи не представлено или представлено, но не доведено до верного ответа.

1 балл — верно решено уравнение, но ошибка в представленном решении не описана или описана неверно.