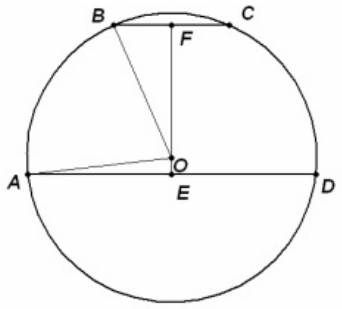
Код участника: _____

ПИЛОТНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ
МГУ имени М. В. Ломоносова, 30 ноября 2017 года

ВАРИАНТ 1

1. Найдите все целые значения дроби $\dfrac{n^2-8n+17}{n-5}$, $n \in \mathbb{Z}$.
2. Вычислите $10^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(7\left(2^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}+\dfrac{3}{2^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}}}\right)$.
3. Вычислите $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^5$.
4. Не находя корней уравнения $3x^2-4x-1=0$, сравните его меньший корень с числом $\sqrt{5}-3$.
5. Найдите все числа вида $\overline{32a5b4}$, которые кратны 72.
6. Решите неравенство $\sqrt{|x+1|-1} > \sqrt{|x+1|-97}$.
7. Найдите все значения a, при которых неравенство $(x-3a)(x+2a+1)<0$ выполняется для всех $x \in [1;3]$.
8. Ахиллес догонял черепаху, и когда расстояние между ними сократилось в 19 раз и составило 6 м, черепаха остановилась. Какой путь с момента начала погони проделала черепаха, если её скорость в 37 раз меньше скорости Ахиллеса?
9. Найдите все значения a, при которых уравнение $4\sin x + 5\cos x = a^2$ имеет бесконечно много решений.
10. Сколько существует десятизначных чисел, сумма цифр которых равна 3?
11. Сформулируйте свойства равнобедренного треугольника.
12. Найдите все ошибки в предложенном решении задачи и приведите верное решение (с ответом). Ошибки можно исправлять на этом листе, обведя нужный фрагмент решения и прокомментировав, в чём именно заключается ошибка.

Задача. Две параллельные хорды окружности, радиус которой равен 25, имеют длину 14 и 40. Найдите расстояние между этими хордами.



Решение.

Поскольку диаметр, перпендикулярный хорде, делит эту хорду пополам, получаем $BF = FC = 7$, а $AE = ED = 20$.

Воспользуемся теоремой Пифагора:

1) из ΔBOF находим $OF = \sqrt{25^2+7^2} = \sqrt{676} = 26$,

2) из ΔAOF находим $OE = \sqrt{25^2-20^2} = \sqrt{225} = 15$.

Отсюда длина искомого отрезка $EF = OE + OF = 41$.

Ответ: 41.

Таблицу не заполнять!

Код участника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ