

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

1. Найдите наименьшее целое число, которое больше числа $\frac{7+\sqrt{7}}{7-\sqrt{7}}$.
2. Произведение двух натуральных чисел равно 225. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих чисел?
3. Решите неравенство $\frac{2-7x}{(x+2)(1-x)} \geq 1 + \frac{2}{x-1}$.
4. По туристическому маршруту из пункта А вниз по реке, скорость течения которой 3 км/ч, отправился плот с туристами. Через час после отплытия плота для доставки лекарства одному из туристов был отправлен катер, который догнал плот и через 24 минуты после отправления вернулся обратно в пункт А. Найдите собственную скорость катера.
5. Найдите $\cos x$, если $x \in [\pi; \frac{3\pi}{2}]$ и $\operatorname{tg} x = \frac{1}{5}$.
6. Четырёхугольник $ABCD$ таков, что $\angle B = \angle D = 90^\circ$ и $AB = BC$. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если расстояние от вершины B до стороны AD равно $\sqrt{3}$.
7. На складе допускается установка пожарных извещателей двух моделей: противодымного А и теплового В. При возникновении пожара вероятность сработки извещателя А составляет 0,91, а извещателя В — 0,94. На складе решили установить оба извещателя А и В. Какова вероятность сработки только одного из них при возникновении пожара?
8. В одном посёлке телевизионные передачи транслируются по трём каналам. Каждый из трёх каналов смотрит по половине населения поселка, ровно два канала — также половина населения, а все три канала смотрят 300 человек. Сколько человек в поселке не смотрят телевизор?
9. На окружности, описанной около трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , выбрана такая точка P , что хорда CP пересекает диагональ BD в точке M , а сторону AD — в точке K . Найдите длину диагонали BD , если $CM = 3$, $MK = 4$ и $KP = 5$.
10. Найдите все значения a , при которых уравнение $(x^2 + x - 6)\sqrt{x-a} = 0$ имеет ровно два корня.

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

- 1) Проверьте решения и опишите все найденные ошибки.
- 2) Предложите правильное решение.

11. Найдите количество таких пар натуральных чисел (a, b) , что $a < b$, $\operatorname{НОД}(a, b) = 7$ и $a + b = 105$.

Поскольку $\operatorname{НОД}(a, b) = 7$, получим $a = 7n$, $b = 7k$, где $n, k \in \mathbb{N}$, $n < k$.
Тогда $n + k = 15$, а значит, возможные пары (n, k) таковы: $(1, 14), (2, 13) \dots (7, 8)$.
Итого 7 пар. Ответ: 7.

12. Найдите площадь ромба $ABCD$, если его высота AH делит сторону CD на отрезки $DH = 25$ и $CH = 9$.

Поскольку AH — высота, то $AH^2 = CH \cdot DH = 225$
 $AH = 15$
 $S_{ABCD} = AH \cdot CD = 15 \cdot 34 = 510$. Ответ: 510.

Желаем успехов!

Индивидуальные результаты выполнения диагностической работы будут направлены на указанный при регистрации адрес почты.

ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

-
- За каждую задачу выставляется 2, 1 или 0 баллов. В задачах 1–10:
- ✓ 2 балла выставляется за полное обоснованное решение, возможно, с мелкими недочётами;
 - ✓ 1 балл выставляется, если или решение доведено до ответа, но допущена одна негрубая ошибка, или в решении имеются значительные продвижения, описанные ниже после ответа к соответствующей задаче;
 - ✓ 0 баллов выставляется во всех остальных случаях.

Ответы и комментарии

1. 3.
1 балл — получен верный ответ, но в решении используется знак \approx без указания точности приближения.
2. 226.
1 балл — получен верный ответ, но обоснование неполное или неверное;
1 балл — разобраны 4 случая из 5 возможных, в результате чего может быть получен неверный ответ.
3. $(-2; 1) \cup \{2\}$.
1 балл — ответ отличается от верного исключением точки 2.
4. 18 км/ч.
1 балл — задача верно сведена к решению уравнения, но уравнение не решено или решено неверно.
5. $-\frac{5}{\sqrt{26}}$.
1 балл — верно найден $\cos^2 x$.
6. 3.
0 баллов — в решении указано, что $ABCD$ — квадрат.
7. 0,1392.
8. 600.
0 баллов — приведён верный ответ, но обоснование отсутствует.
9. $\frac{21}{2} = 10,5$.
10. $[-3; 2)$.
1 балл — ответ отличается от верного включением точки 2 или исключением точки -3 .

В задачах 11–12:

- ✓ 2 балла выставляется за описание ошибок и за правильное решение, которое может быть получено как в результате исправления ошибок, так и независимым способом (возможно, с мелкими недочётами);
- ✓ 1 балл выставляется, если или верно описаны ошибки, или приведено верное решение;
- ✓ 0 баллов выставляется во всех остальных случаях.

11. *Ошибка.* Не учтена взаимная простота n и k . Из 7 выписанных пар условию задачи удовлетворяют только $(1, 14)$, $(2, 13)$, $(4, 11)$, $(7, 8)$.
Ответ. 4.
12. *Ошибка.* Неверно найдена высота AH . Указанная формула верна только для высоты прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе.
Ответ. $102\sqrt{59}$.