

Часть 1

Напишите полные обоснованные решения задач 1–10.

1. Найдите наименьшее целое число, которое больше числа  $\frac{7+\sqrt{7}}{7-\sqrt{7}}$ .
2. Произведение двух натуральных чисел равно 225. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих чисел?
3. Решите неравенство  $\frac{2-7x}{(x+2)(1-x)} \geq 1 + \frac{2}{x-1}$ .
4. По туристическому маршруту из пункта А вниз по реке, скорость течения которой 3 км/ч, отправился плот с туристами. Через час после отплытия плота для доставки лекарства одному из туристов был отправлен катер, который догнал плот и через 24 минуты после отправления вернулся обратно в пункт А. Найдите собственную скорость катера.
5. Найдите  $\cos x$ , если  $x \in [\pi; \frac{3\pi}{2}]$  и  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{5}$ .
6. Четырёхугольник  $ABCD$  таков, что  $\angle B = \angle D = 90^\circ$  и  $AB = BC$ . Найдите площадь четырёхугольника  $ABCD$ , если расстояние от вершины  $B$  до стороны  $AD$  равно  $\sqrt{3}$ .
7. На складе допускается установка пожарных извещателей двух моделей: противодымного А и теплового В. При возникновении пожара вероятность сработки извещателя А составляет 0,91, а извещателя В — 0,94. На складе решили установить оба извещателя А и В. Какова вероятность сработки только одного из них при возникновении пожара?
8. В одном посёлке телевизионные передачи транслируются по трём каналам. Каждый из трёх каналов смотрит по половине населения поселка, ровно два канала — также половина населения, а все три канала смотрят 300 человек. Сколько человек в поселке не смотрят телевизор?
9. На окружности, описанной около трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , выбрана такая точка  $P$ , что хорда  $CP$  пересекает диагональ  $BD$  в точке  $M$ , а сторону  $AD$  — в точке  $K$ . Найдите длину диагонали  $BD$ , если  $CM = 3$ ,  $MK = 4$  и  $KP = 5$ .
10. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $(x^2 + x - 6)\sqrt{x-a} = 0$  имеет ровно два корня.

Часть 2

К задачам 11–12 приведены рукописные тексты решений.

- 1) Проверьте решения и опишите все найденные ошибки.
- 2) Предложите правильное решение.

11. Найдите количество таких пар натуральных чисел  $(a, b)$ , что  $a < b$ ,  $\operatorname{НОД}(a, b) = 7$  и  $a + b = 105$ .

Поскольку  $\operatorname{НОД}(a, b) = 7$ , получим  $a = 7n$ ,  $b = 7k$ , где  $n, k \in \mathbb{N}$ ,  $n < k$ .  
Тогда  $n + k = 15$ , а значит, возможные пары  $(n, k)$  таковы:  $(1, 14), (2, 13) \dots (7, 8)$ .  
Итого 7 пар. Ответ: 7.

12. Найдите площадь ромба  $ABCD$ , если его высота  $AH$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH = 25$  и  $CH = 9$ .

Поскольку  $AH$  — высота, то  $AH^2 = CH \cdot DH = 225$   
 $AH = 15$   
 $S_{ABCD} = AH \cdot CD = 15 \cdot 34 = 510$ . Ответ: 510.

Желаем успехов!

Индивидуальные результаты выполнения диагностической работы будут направлены на указанный при регистрации адрес почты.

## ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

- .....
- За каждую задачу выставляется 2, 1 или 0 баллов. В задачах 1–10:
- ✓ 2 балла выставляется за полное обоснованное решение, возможно, с мелкими недочётами;
  - ✓ 1 балл выставляется, если или решение доведено до ответа, но допущена одна негрубая ошибка, или в решении имеются значительные продвижения, описанные ниже после ответа к соответствующей задаче;
  - ✓ 0 баллов выставляется во всех остальных случаях.

### Ответы и комментарии

1. 3.  
*1 балл* — получен верный ответ, но в решении используется знак  $\approx$  без указания точности приближения.
2. 226.  
*1 балл* — получен верный ответ, но обоснование неполное или неверное;  
*1 балл* — разобраны 4 случая из 5 возможных, в результате чего может быть получен неверный ответ.
3.  $(-2; 1) \cup \{2\}$ .  
*1 балл* — ответ отличается от верного исключением точки 2.
4. 18 км/ч.  
*1 балл* — задача верно сведена к решению уравнения, но уравнение не решено или решено неверно.
5.  $-\frac{5}{\sqrt{26}}$ .  
*1 балл* — верно найден  $\cos^2 x$ .
6. 3.  
*0 баллов* — в решении указано, что  $ABCD$  — квадрат.
7. 0,1392.
8. 600.  
*0 баллов* — приведён верный ответ, но обоснование отсутствует.
9.  $\frac{21}{2} = 10,5$ .
10.  $[-3; 2)$ .  
*1 балл* — ответ отличается от верного включением точки 2 или исключением точки  $-3$ .

В задачах 11–12:

- ✓ 2 балла выставляется за описание ошибок и за правильное решение, которое может быть получено как в результате исправления ошибок, так и независимым способом (возможно, с мелкими недочётами);
- ✓ 1 балл выставляется, если или верно описаны ошибки, или приведено верное решение;
- ✓ 0 баллов выставляется во всех остальных случаях.

11. *Ошибка.* Не учтена взаимная простота  $n$  и  $k$ . Из 7 выписанных пар условию задачи удовлетворяют только  $(1, 14)$ ,  $(2, 13)$ ,  $(4, 11)$ ,  $(7, 8)$ .  
*Ответ.* 4.
12. *Ошибка.* Неверно найдена высота  $AH$ . Указанная формула верна только для высоты прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе.  
*Ответ.*  $102\sqrt{59}$ .